VNiVERSiDAD D SALAMANCA

Centro Cultural Hispano Japones

算額

San-gaku

(*Tablilla Matemática*?)

José Angel Domínguez Pérez
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

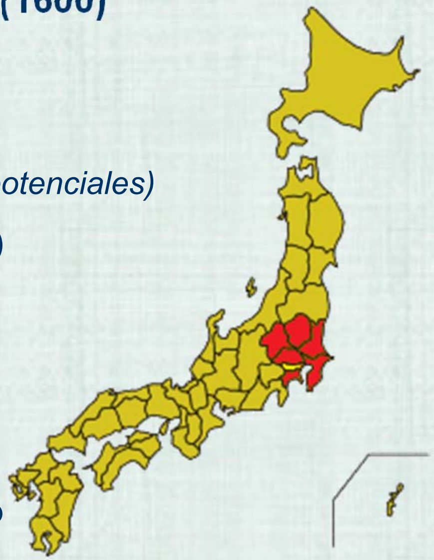
El periodo Edo ("Shogunato" Tokugawa 1603-1867)

Anterior nombre de la ciudad de Tokio

"shōgun" = comandante del ejército

Tokugawa Ieyasu (1543-1616)

- **"Daimyō"** *(señor feudal)* **de la región de Kantō**
- **Vencedor sobre otros "daimyō" en la batalla de Sekigahara (1600)**
- **Estableció el control sobre Japón reunificado, basado en**
  - Una jerarquía feudal de tres clases de "daimyōs":
    "shinpan" *(parientes)*, "fudai" *(altos cargos)* "tozama" *(enemigos potenciales)*
  - Un sistema social de cuatro clases (denominado "mibunsei")
    "samuráis", campesinos, artesanos y comerciantes
    quedaban excluidos los "eta" (carniceros, curtidores, sepultureros), los "hinin" (guardias, verdugos), los mendigos y las prostitutas
- **Se dio a sí mismo y a su heredero el título de "shōgun"**
- **Su recelo de los extranjeros y sus restricciones al comercio llevaron al aislamiento japonés**

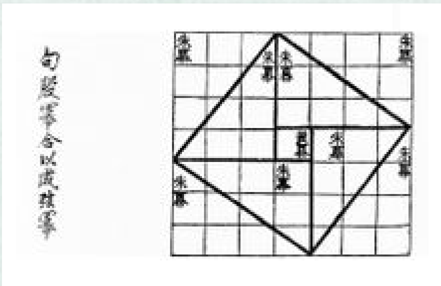


SAN-GAKU

Wa-san (matemática japonesa tradicional)

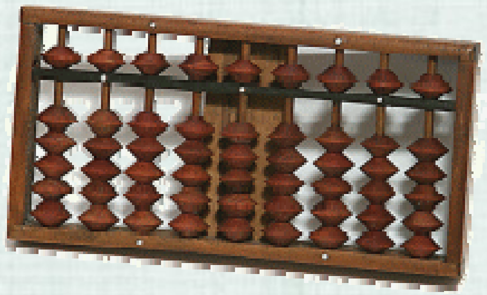
En oposición a la "yo-san" = matemática occidental

- **En el siglo IV, la escritura china se introduce en Japón, y con ella, llegan también las matemáticas chinas.**
- **En el siglo VIII, la enseñanza japonesa de las matemáticas sigue utilizando los textos chinos de aritmética, algebra y geometría, como los clásicos:**



- ***"Chou-pei Suan-ching"* *(en parte, original del siglo VI a.C.)***
- ***"Chiu-chang Suan-shu"* *(en parte, original del siglo III a.C.)***

- **Las matemáticas abordaban problemas de la vida cotidiana**
  - **Cómputo con números**
  - **Cálculo de áreas y volúmenes**



- **Utilizaban como herramienta el "soroban"** (ábaco japonés)

- **Estas "matemáticas tradicionales" importadas de China se mantuvieron con escasos avances hasta el periodo Edo.**

- **Kambei Mori (vivió alrededor del año 1.600)**
  - **Aparece en la historia como el primer "matemático japonés", cuya obra más recordada se dedica a desarrollar las operaciones aritméticas con el "sorobán".**

- **Kuru Yoshida (1598-1672)**
  - **Discípulo de Mori, publicó en 1627 el "jinko-ki" (número grandes y pequeños) dedicado a la aritmética con el "sorobán".**

- **En el periodo Edo, la cultura japonesa vive su "genroku".**
  ↓
  Renacimiento

- **Las matemáticas adquieren un desarrollo totalmente independiente del mundo occidental.**

- **Kōwa Seki (1637/1642-1708)**
  - **A partir de las influencias de la matemática china, estableció las bases para el desarrollo de una matemática japonesa propia, denominada "wasan"**
  - **Obtuvo por métodos propios resultados coincidentes con las matemáticas occidentales** (en teoría de números, en cálculo integral, en resolución de ecuaciones, en geometría,…)
  - **Sus discípulos formaron la "Escuela de Seki"**

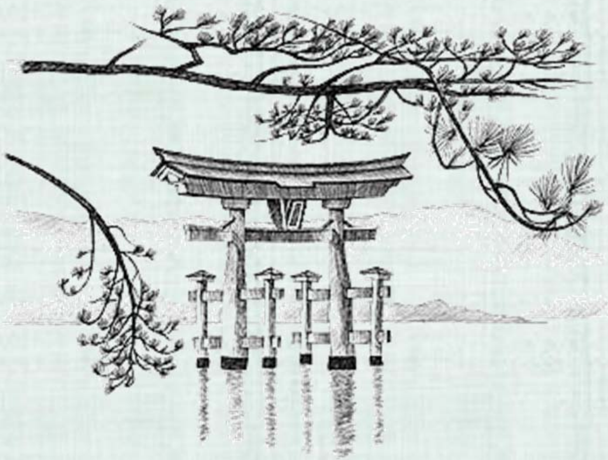
- **"Tenzanjutsu" = Algebra japonesa**
- **"Enri" = Método japonés de cálculo de áreas (integral definida)**

Tradiciones del sintoísmo

(extendidas también a los templos del budismo japonés)

"shintō" = camino de los dioses / espíritus

- **Adoración de los "kami"** *(espíritus de la naturaleza)*
- **"Jinja Shinto"** *(sintoísmo de santuario)*
  - **Existen santuarios sintoístas de diferentes tipos, desde los "kamidama"** *(estantería de dioses)* **que se instalan en casas o tiendas, hasta recintos dedicados en exclusiva.**
  - **La entrada a los grandes santuarios estaba señalada por un "torī "**
    (frontera entre el espacio sagrado y el profano)
  - **Es costumbre de peregrinar a los santuarios, para celebrar los días festivos o pedir algún favor a los espíritus.**



La costumbre es realizar ofrendas en templos y santuarios

- La ofrenda preferida de los "kami" eran los caballos
- Quienes no podían ofrecer un caballo vivo, ofrecían una "ema" *(caballo pintado)* en una tablilla de madera
- Gradualmente, en las tablillas se fueron introduciendo otros dibujos

- Las tablillas ofrecidas se colgaban a modo de decoración del templo o santuario

SAN-GAKU

SAN-GAKU

San-gaku (tabilla matemática)

- **Durante el periodo Edo, se extendieron en Japón las ofrendas creadas usando como temática problemas matemáticos del wasan: así nacieron los “sangakus”.**

SAN-GAKU

- **Los sangakus se escribían en lengua "kanbun"**

  Idioma japonés arcaico (de ascendencia china)

- **Contenían un enunciado y a veces su conclusión, obviando los detalles o demostraciones.**

- **Se planteaban a modo de desafíos: *¡Pruébalo, si te atreves!***

- **Incluyen también la fecha y el nombre de quien lo ofrecía.**

- **La dificultad de los problemas indicaba cuánta educación había recibido las personas que los ofrecían,**

- Los autores no sólo eran matemáticos o sus discípulos, sino también “samuráis”, comerciantes y campesinos

- Abundan los problemas geométricos, que permiten incluir vistosos dibujos: triángulos, círculos, esferas…

VNiVERSiDAD D SALAMANCA

Centro Cultural Hispano Japones

SAN-GAKU

Sangaku colgado en 1743 por Ufu Chōsaburō en el templo Kurasako Kannon

Hay 50 pollos y conejos.
El número total de patas es 122.

¿Cuántos pollos y cuántos conejos hay?

Solución original:

Si todos los pollos y conejos tuvieran dos patas, tendría que haber 100 patas.

Como hay 122, hay 22 patas más, dos más por cada conejo.

Luego hay 11 conejos. Y el resto son 39 pollos.

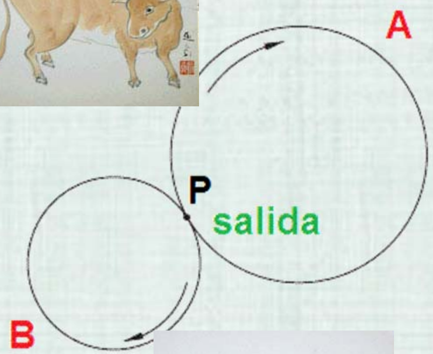
Solución utilizando el Algebra actual:

Sea x = número de pollos, y= número de conejos.

El número total de animales es $x + y = 50$
El número total de patas es $2x + 4y = 122$

De la primera ecuación, $x = 50 - y$, y sustituyendo en la segunda, $2(50 - y) + 4y = 100$, luego $100 - 2y + 4y = 122$, de donde se obtiene $2y = 22$, $y = 11$, y por tanto $x = 50 - 11 = 39$.

Sangaku colgado en 1846 por Tanikawa Taizō en el templo Yuisin de Chita-gun



Un camino circular A de 48 km. de longitud se toca en un punto P con otro camino circular B de longitud 32 km.

Saliendo del punto P, una vaca recorre el camino A a una velocidad de 8 km. al día, y un caballo recorre el camino B a una velocidad de 12 km. al día.

¿Después de cuántos días se volverán a encontrar vaca y caballo en el punto P?

- **Solución:**

Sea d = número de días trascurridos cuando se encuentran.

Si M = número de vueltas que ha dado la vaca, habrá recorrido

$$48\,M = 8\,d \quad \text{km.}$$

Si N = número de vueltas que ha dado el caballo, habrá recorrido

$$32\,N = 12\,d \quad \text{km.}$$

Dividiendo entre sí las dos igualdades anteriores, resulta

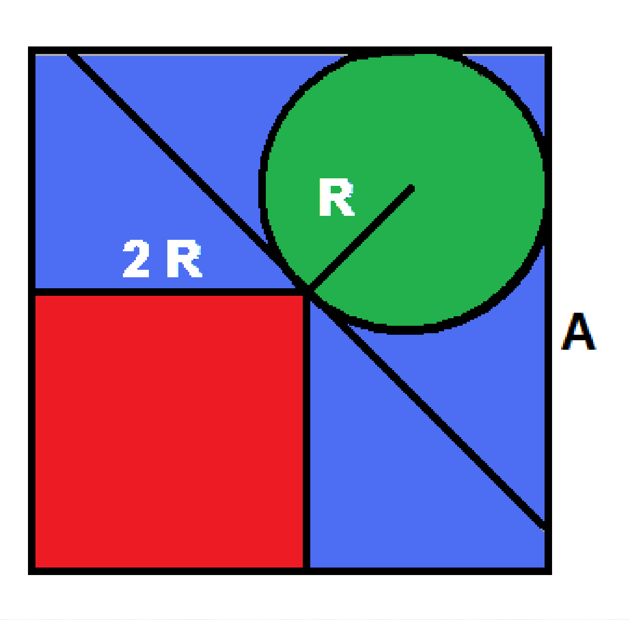
$$\frac{48\,M}{32\,N} = \frac{8\,d}{12\,d}$$

Equivalentemente

$$\frac{M}{N} = \frac{32 \times 8\,d}{48 \times 12\,d} = \frac{4}{9}$$

Una primera solución (primera vez que se encuentran) es cuando M = 4, N = 9, y de las primeras igualdades se concluye d = 24.

Sangaku colgado en 1828 por Kobayashi Syouta en el santuario Shimizu

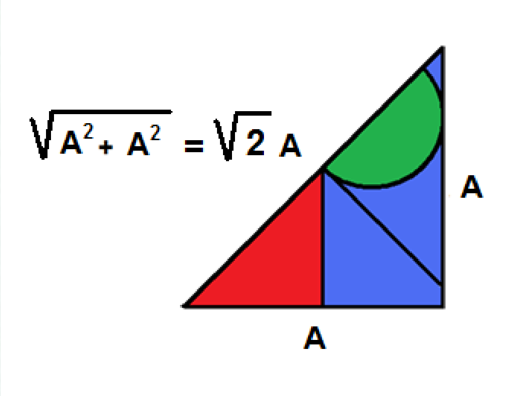


En el interior de
un cuadrado de lado A,
se sitúan un círculo de radio R
y otro cuadrado de lado 2 R,
según se muestra en la figura.

¿Cuál es la relación entre A y R?

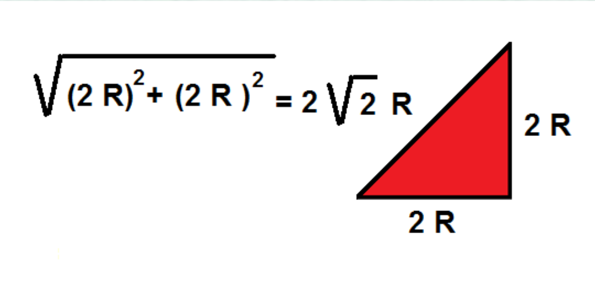
Solución:

La diagonal del cuadrado grande es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, que se puede calcular por el teorema de Pitágoras

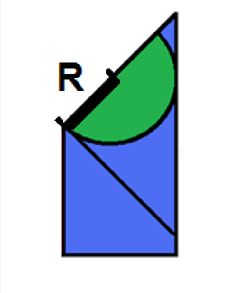


Esa misma diagonal es igual a la suma de tres segmentos:

1) La diagonal del cuadrado menor, que también se calcula por Pitágoras



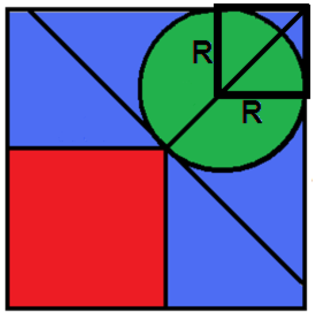
2) El radio de la circunferencia



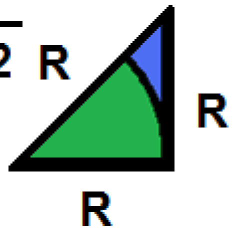
SAN-GAKU

3) El resto, que puede verse como la diagonal de un cuadrado de lado R,

y por tanto también puede calcularse aplicando el Teorema de Pitágoras.



$$\sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}\,R$$



En conclusión, igualando la diagonal del cuadrado grande a la suma de los tres segmentos, se obtiene la relación entre A y R:

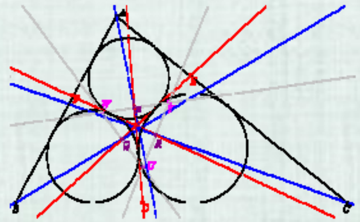
$$\sqrt{2}\,A = 2\sqrt{2}\,R + R + \sqrt{2}\,R = (3\sqrt{2} + 1)\,R$$

Anticipados a la matemática occidental

- **Algunos sangaku contienen resultados que se adelantan a conocidos teoremas clásicos:**
  - **Teorema de Malfatti**
    Propuesto en 1803 por el matemático italiano Francesco Malfatti (1731-1807)
    Demostrado en 1826 por el matemático suizo Jacob Steiner (1796-1863)

    Trata sobre la construcción gráfica
    de tres círculos inscritos a un triángulo

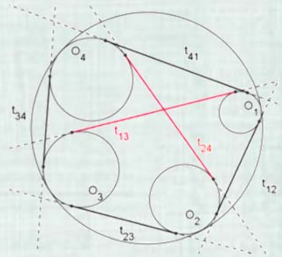
    (SU VERSION SANGAKU SE ATRIBUYE AL MATEMATICO CHOKUYEN NAONUBU AJIMA, EN SU OBRA DE 1799 "FUKYU SAMPO")



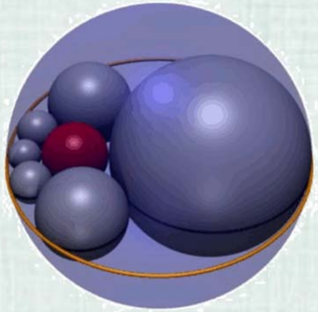
  - **Teorema de Cassey**
    Propuesto en 1866 por el matemático irlandés John Casey (1820-1891)
    y demostrado por él mismo en 1881. Es una generalización del teorema de Ptolomeo.

    Expresa la condición necesaria y suficiente
    para que cuatro circunferencias sean
    tangentes a una quinta circunferencia

    (SANGAKU DE LA PREFECTURA DE GUMA DE 1874)



SAN-GAKU

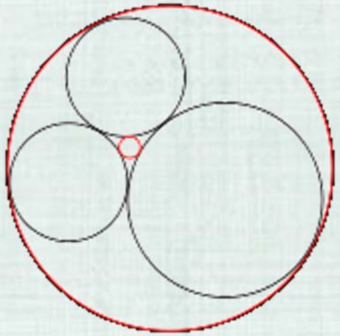


- **Teorema del sexteto de Soddy**
  Publicado en 1937 por el químico inglés Frederick Soddy (1877-1956)
  Trata sobre la construcción de un sexteto de esferas,
  cada una tangente a sus dos vecinas más cercanas
  y a otra tres esferas mútuamente tangentes
  (APARECE EN UN SANGAKU DE LA PREFECTURA DE KANAGAWA DE 1822)

- **Teorema del círculo de Descartes**
  Propuesto en el siglo III a. C. por Apolonio de Perga (c. 262-190 a.C.)
  Demostrado en 1643 por el francés René Descartes (1596-1650)
  Redescubierto en 1936 por Soddy, en términos de circulos besadores, lo que lo llevó a enunciarlo en forma de poema: “The Kiss Precise”
  (Soddy también lo extendió a esferas, y Thorold Gosset a dimensiones arbitrarias)

  Dados tres círculos tangentes,
  el radio de un cuarto círculo tangente
  está determinado por los radios de los tres anteriores

  (UNA VERSIÓN DE ESTE TEOREMA APARECE EN UN SANGAKU DE LA PREFECTURA DE TOKIO DE 1788)



Sangaku en cifras

- El primer sangaku que se conserva es del año 1683
- Existen 2.625 sangakus documentados:
  - Siglo XVII 8
  - Principios del Siglo XVIII 33
  - Finales del Siglo XVIII 284
  - Principios del Siglo XIX 1.184
  - Finales del Siglo XIX 795
  - Siglo XX 133
  - Edad desconocida 188

- Actualmente sólo se conservan 884 sangakus
- La introducción de la matemática occidental fue reduciendo la costumbre de los sangakus